

Cálculo de Distâncias pelo Método de Paralaxe: Trigonometria do triângulo retângulo

Um olhar sobre a História...

A trigonometria surgiu para resolver problemas de Astronomia. O seu principal fundador foi Hiparco, astrónomo grego, que viveu no século II a. C. Desde esse tempo, a trigonometria ajudou a prever eclipses, estimar equinócios, estabelecer calendários, além de fornecer dados à navegação.

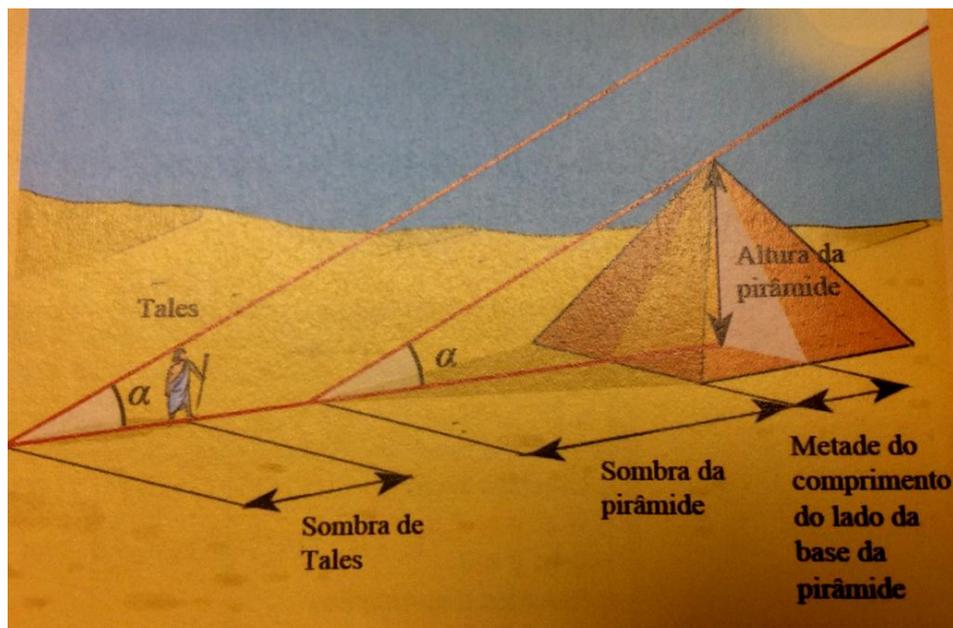
Hoje em dia, a trigonometria tem aplicações em quase todos os ramos da ciência. A título de curiosidade vamos referir uma história que está na base do estudo da trigonometria.

Tales de Mileto (646-546 a. C.) foi um filósofo grego que um dia visitou o Egito. Conta-se que, para avaliarem a sua sabedoria, os sacerdotes lhe pediram que calculasse a altura da pirâmide de Quéops (a base da pirâmide é um quadrado). A forma como Tales resolveu o problema baseia-se na semelhança de triângulos, mas quanto à estratégia seguida há várias versões, sendo a seguinte a mais referida na História da Matemática.

Conta-se que Tales verificou que, num certo dia e a uma determinada hora, a sombra tinha exatamente a sua altura.

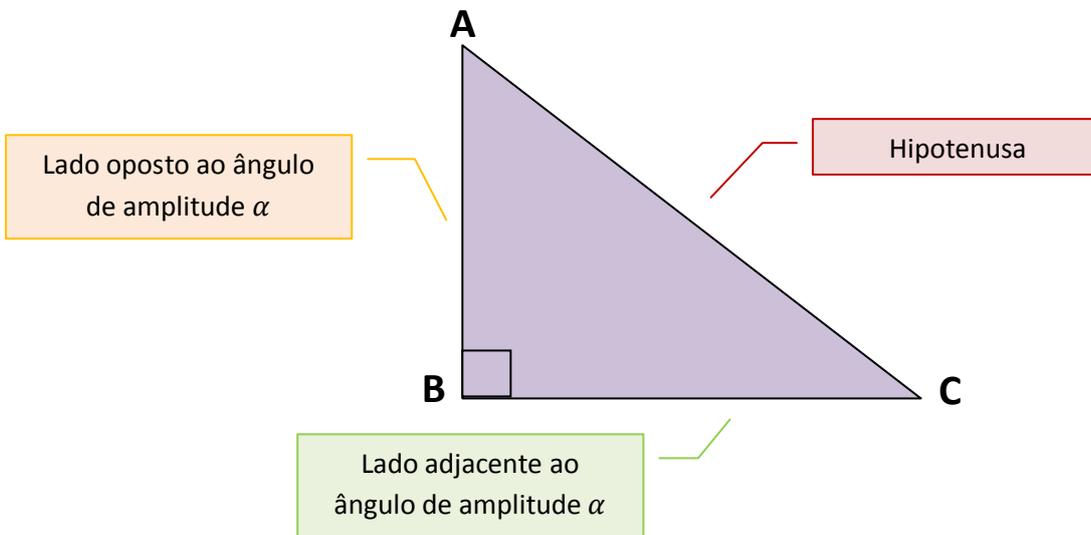
Então, transferindo para a pirâmide, Tales concluiu que:

Altura da pirâmide = sombra da pirâmide + metade do comprimento do lado da base da pirâmide.



Triângulo retângulo

Na figura seguinte está representado um triângulo [ABC] retângulo em B.



Sendo α a amplitude de um dos seus ângulos agudos, tem-se que:

- O lado [AB] é o cateto oposto ao ângulo de amplitude α .
- O lado [BC] é o cateto adjacente ao ângulo de amplitude α .
- O lado [AC] é a hipotenusa.

Razões trigonométricas de um ângulo α

Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo, tem-se que:

$$\sin \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto ao ângulo de amplitude } \alpha}{\text{comprimento da hipotenusa}}$$

(Lê-se: seno de alfa)

$$\cos \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto adjacente ao ângulo de amplitude } \alpha}{\text{comprimento da hipotenusa}}$$

(Lê-se: cosseno de alfa)

$$\operatorname{tga} \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{comprimento do cateto adjacente ao ângulo de amplitude } \alpha}$$

(Lê-se: tangente de alfa)

Sempre que seja necessário descobrir o valor do ângulo α dependendo das variáveis que temos, basta colocar na calculadora:

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\text{comprimento do cateto oposto ao ângulo de amplitude } \alpha}{\text{comprimento da hipotenusa}} \right)$$

Ou

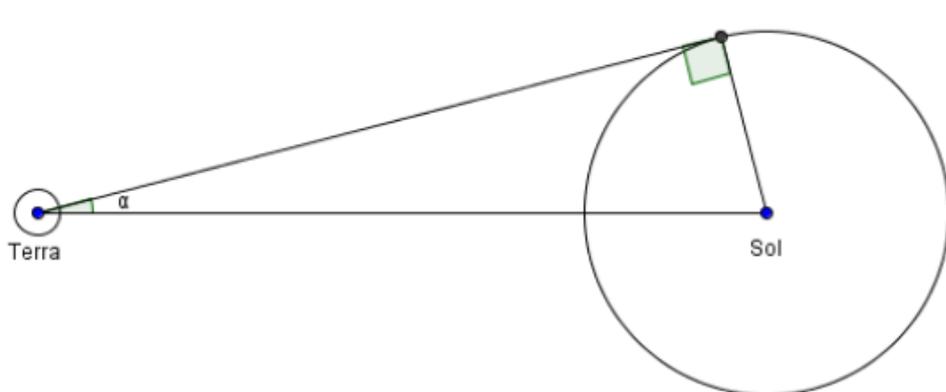
$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\text{comprimento do cateto adjacente ao ângulo de amplitude } \alpha}{\text{comprimento da hipotenusa}} \right)$$

Ou

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\text{comprimento do cateto oposto ao ângulo de amplitude } \alpha}{\text{comprimento do cateto adjacente ao ângulo de amplitude } \alpha} \right)$$

Vamos praticar...

1. Determina o raio linear do Sol, sabendo que o seu raio angular (para um observador terrestre) é de, aproximadamente, $0,264^\circ$ e que a distância da Terra ao Sol é de $1,5 \times 10^8$ km.



2. Um detetive do CSI-Interestelar andava a investigar uma falha ocorrida na Central de Telecomunicações Marcianas (CTM), em Marte. O presidente da



CTM apontava um dos técnicos como o principal suspeito pela falha das telecomunicações no planeta inteiro!

O técnico afirmava que era inocente e que a falha ocorrida durante o seu turno tinha sido causada por um eclipse total entre a lua de Marte, Fobos, e o Sol, e não por erro marciano.

O que já sabes:

- a distância entre Marte e o Sol é de $2,28 \times 10^8$ km;
- a distância entre Marte e Fobos é de 9000 km;
- o raio do Sol pela alínea anterior.

Calcula o diâmetro angular do Sol e de Fobos vistos de Marte. Assim que os determinares, compara-os e ajuda o detetive do CSI-Interestelar a descobrir se houve ou não um eclipse total em Marte, desvendando assim se o técnico é culpado. (O raio de Fobos é de, aproximadamente, 11,1 km).

3. A estrela *Proxima Centauri* é a segunda estrela mais próxima da Terra e a mais próxima do Sol. O seu ângulo de paralaxe é, aproximadamente, $0,000107^\circ$. Determina, aplicando a fórmula $d = \frac{B}{\text{tg}\alpha}$, a que distância (d) a estrela se encontra da Terra, apresentando a tua distância em unidades astronómicas. (B – raio médio da órbita da Terra).
4. Observa a galáxia elíptica mostrada na figura seguinte. Recorrendo ao esquema apresentado, determina o diâmetro físico da galáxia, admitindo que esta se encontra a uma distância de $2,28 \times 10^8$ anos-luz da Terra e cujo diâmetro angular mede $0,0032^\circ$. Apresenta o teu resultado em metros. (1 ano-luz = $9,5 \times 10^{15}$ metros).

